

Способъ опредѣленія показателя преломленія жидкостей вблизи критической точки.

Кн. Б. Голицына.

(Доложено въ засѣданіи физико-математическаго отдѣленія 31 мая 1895 г.)

Вопросъ объ опредѣленіи показателя преломленія жидкостей вблизи критической точки представляет собою одну изъ довольно сложныхъ задачъ наблюдательной физики. Дѣйствительно, при критической температурѣ испытываемая жидкость не только подвержена очень значительнымъ давленіямъ, но въ большинствѣ случаевъ находится также, сравнительно, и при очень высокой температурѣ, которая къ тому же въ теченіи всего опыта должна оставаться по возможности постоянной, такъ какъ вблизи критической точки всякое весьма малое измѣненіе температуры влечетъ за собою уже значительное измѣненіе въ плотности, а слѣдовательно—и въ показатель преломленія испытываемой жидкости. Трудность поставить надлежащимъ образомъ опытъ и выполнить всѣ необходимыя условія какъ точности въ оптическихъ измѣреніяхъ, такъ и постоянства въ температурахъ и соответствующихъ давленіяхъ, обуславливаетъ то, что въ настоящее время не существуетъ почти вовсе какихъ-бы то ни было изслѣдованій надъ показателемъ преломленія жидкостей вблизи критической точки, не смотря на то, что такія наблюденія могли бы имѣть чрезвычайно важное значеніе, именно, по отношенію къ точному опредѣленію самой критической температуры: вопросъ, который, какъ извѣстно, представляет не мало практическихъ трудностей. Дѣйствительно, стоило бы только вблизи критической точки изслѣдовать внимательно измѣняемость съ температурой показателя преломленія какъ жидкости, такъ и ея насыщеннаго пара, чтобы, наблюдая моментъ, когда оба эти показателя сравниваются между собою, имѣть вѣрный или, во всякомъ случаѣ, весьма надежный критеріумъ, что критическая температура дѣйствительно достигнута.

Въ виду важности вопроса, я и задался цѣлью разработать нѣсколько методовъ опредѣленія показателя преломленія жидкостей при большихъ давленіяхъ и высокихъ температурахъ, который-бы, при достаточной точности

11388

даваемыхъ результатовъ, былъ-бы въ то-же время простъ и удобоисполнимъ.

Передъ тѣмъ, чтобы описывать самый методъ наблюдений и приводить результаты тѣхъ изслѣдованій, которыя я произвелъ, чтобы убѣдиться въ его пригодности, рассмотримъ вкратцѣ, какіе вообще методы употреблялись различными изслѣдователями для опредѣленія показателя преломленія жидкостей при большихъ давленіяхъ.

Одинъ изъ самыхъ употребительныхъ и въ то-же время точныхъ методовъ для изслѣдованія оптическихъ свойствъ жидкостей при большихъ давленіяхъ есть методъ интерференцій, для чего удобнѣе всего пользоваться интерференціоннымъ рефрактометромъ Jamin'a. Такъ, методомъ интерференцій пользовались: самъ Jamin¹⁾ для опредѣленія вліянія давленія на показатель преломленія воды; Mascart²⁾, который задался цѣлью проверить результаты Jamin'a; Quincke³⁾, изслѣдовавшій показатели преломленія различныхъ жидкостей подъ большими давленіями. Тѣмъ же вопросомъ занимались Zehnder⁴⁾, а также Röntgen и Zehnder⁵⁾.

Методъ интерференцій обладаетъ большою чувствительностью, поэтому онъ и является наиболѣе пригоднымъ при изслѣдованіи вліянія давленія на оптическія свойства жидкостей, которое, благодаря ихъ малой сжимаемости, вообще говоря незначительно. Но эта-то чрезвычайная чувствительность дѣлаетъ методъ почти непримѣнимымъ при очень высокихъ температурахъ, такъ какъ малѣйшая неправильность въ распредѣленіи температуръ можетъ вызвать смѣщеніе интерференціонныхъ полосъ и повлечь къ ошибочнымъ результатамъ, не говоря уже о другихъ практическихъ трудностяхъ, которыя неизбежно должны встрѣтиться при примѣненіи метода интерференцій при высокихъ температурахъ.

Въ новѣйшее время однако J. Chappuis⁶⁾ воспользовался методомъ интерференцій для опредѣленія критической температуры углекислоты, что ему и удалось сдѣлать, видимо, безъ особыхъ затрудненій, вѣроятно благодаря тому, что критическая температура углекислоты лежитъ сравнительно низко (около 31° C.) и сравнительно мало отличается отъ обыкновенныхъ комнатныхъ температуръ. Во всякомъ случаѣ, тѣмъ выше температура, тѣмъ затруднительнѣе должны быть наблюденія.

Тотъ-же Chappuis еще раньше опредѣлялъ⁷⁾ особымъ методомъ, заключая жидкость въ особую трубку, закрытую на концахъ двумя накло-

1) C. R. 45 p. 892 (1857).

2) C. R. 78 p. 801 (1874).

3) Wied. Ann. 19 p. 412 (1883).

4) Wied. Ann. 34 p. 91 (1888).

5) Wied. Ann. 44 p. 24 (1891).

6) C. R. 118 p. 976 (1894).

7) C. R. 114 p. 286 (1892).

Физ.-Мат. стр. 84.

ненными другъ къ другу стеклянными пластинками, и помѣщая предъ ней двѣ призмы, одна изъ которыхъ имѣла переменный уголъ (діаспорометръ), показатель преломленія ожиженныхъ газовъ.

Другой способъ опредѣленія показателя преломленія жидкостей подъ большими давленіями есть способъ, основанный на наблюденіи полного внутреннего отраженія, и именно методъ Terquem'a и Trannin'a.

Этимъ способомъ пользовались Olszewski и Witkowski⁸⁾ для жидкаго кислорода, Liveing и Dewar⁹⁾ для жидкаго азота и воздуха. Этимъ-же методомъ можно-бы было, конечно, воспользоваться и для наблюдений при высокихъ температурахъ, хотя онъ и обладаетъ нѣкоторыми болѣе или менѣе существенными недостатками. Такъ, на примѣръ, по замѣчанію Liveing'a и Dewar'a раздѣлъ между освѣщенной и неосвѣщенной частью въ полѣ зрѣнія не былъ при ихъ наблюденіяхъ столь рѣзокъ, какъ они этого ожидали, причиной чему служили, по ихъ мнѣнію, неправильности въ стѣнкахъ самой трубки, въ которой находилась изслѣдуемая жидкость. Другое неудобство этого способа, которое будетъ особенно ощутительно въ примѣненіи его къ опредѣленію критической температуры высоко кипящихъ жидкостей, заключается въ подвижности частей аппарата съ испытуемой жидкостью, подвижность, зависящая непосредственно отъ самыхъ условий наблюдений.

Замѣтимъ еще, что Ketteler¹⁰⁾ пользовался уже свойствами полного внутреннего отраженія для опредѣленія показателя преломленія жидкостей при болѣе высокихъ температурахъ.

Bleekrode¹¹⁾ опредѣлялъ показатель преломленія ожиженныхъ газовъ извѣстнымъ методомъ герцога De Chaulnes'a, но этотъ методъ нельзя однако признать особенно точнымъ, а также и особенно практичнымъ для наблюдений вблизи критической точки.

Остается еще упомянуть о самомъ обыкновенномъ методѣ призмы; но этотъ методъ при большихъ давленіяхъ и температурахъ, очень отличающихся отъ обыкновенныхъ комнатныхъ, представляетъ много разныхъ практическихъ трудностей. Liveing и Dewar¹²⁾ пользовались методомъ призмы для опредѣленія показателя преломленія жидкаго кислорода и другихъ ожиженныхъ газовъ, но эти наблюденія, по собственному свидѣтельству авторовъ, оказались чрезвычайно затруднительными.

8) Bull. de l'Ac. de Cracovie 1891 p. 340.

Beibl. 18 p. 665 (1894).

9) Phil. Mag. (5) 36 p. 328 (1893).

10) Wied. Ann. 33 pp. 353 и 506 (1888).

Wied. Ann. 35 p. 662 (1888).

11) Proc. Roy. Soc. 37 p. 339 (1884).

12) Phil. Mag. (5) 34 p. 205 (1892).

Физ.-Мат. стр. 85.

Все разсмотрѣнные здѣсь методы опредѣленія показателя преломленія, въ примѣненіи къ наблюденіямъ вблизи критической точки, слишкомъ сложны и затруднительны. Желательно имѣть какой-нибудь простой методъ, который давалъ бы возможность скоро и просто сравнивать между собою показатели преломленія жидкости и ея насыщеннаго пара, т. е. имѣть методъ до нѣкоторой степени дифференціальныи. Особенно большой точности отъ метода требовать не надо, такъ какъ вблизи критической точки плотности, какъ жидкости, такъ и ея насыщеннаго пара, измѣняются чрезвычайно быстро съ температурой; по этому, какъ мы увидимъ дальше, если ошибка въ опредѣляемомъ показателѣ преломленія не превышаетъ нѣсколькихъ единицъ третьяго десятичнаго знака, критическая температура можетъ быть опредѣлена съ точностью до нѣсколькихъ сотыхъ долей градуса, каковая точность, если только вспомнить, какъ трудно въ настоящее время опредѣленіе *истинной* критической температуры и какое разногласіе существуетъ между числами, данными различными наблюдателями для той-же самой жидкости, слѣдуетъ признать по меньшей мѣрѣ достаточной.

Въ виду вышесказаннаго представляется возможнымъ воспользоваться для данной цѣли слѣдующимъ методомъ наблюденій.

Испытуемая жидкость, освобожденная предварительно тщательно отъ воздуха, заключается вмѣстѣ съ ея насыщеннымъ паромъ въ простой, запаянной, толстостѣнной трубкѣ съ достаточно широкимъ внутреннимъ діаметромъ, и этой трубкой пользуются, какъ простой цилиндрической чечевицей. Передъ такой чечевицей слѣдуетъ помѣстить въ какомъ-нибудь разстояніи два близкихъ параллельныхъ штриха, нанесенныхъ на стеклянную пластинку (въ частномъ случаѣ эти штрихи могутъ быть нанесены и на самую внѣшнюю поверхность трубки) и, помѣщая микроскопъ съ окулярнымъ микрометромъ по ту сторону трубки, измѣрять разстояніе между дѣйствительнымъ или мнимымъ изображеніемъ штриховъ на различныхъ высотахъ трубки. Когда разстояніе между штрихами будетъ вездѣ одинаково, можно заключить, что плотности вездѣ равны и этимъ способомъ очень скоро и просто подмѣтитъ наступленіе истинной критической температуры.

Зная оптическія постоянныя этой цилиндрической системы, разстояніе штриховъ до центра трубки и отношеніе величины предмета къ величинѣ изображенія, можно опредѣлить и показатель преломленія, какъ жидкости, такъ и ея насыщеннаго пара въ абсолютной мѣрѣ.

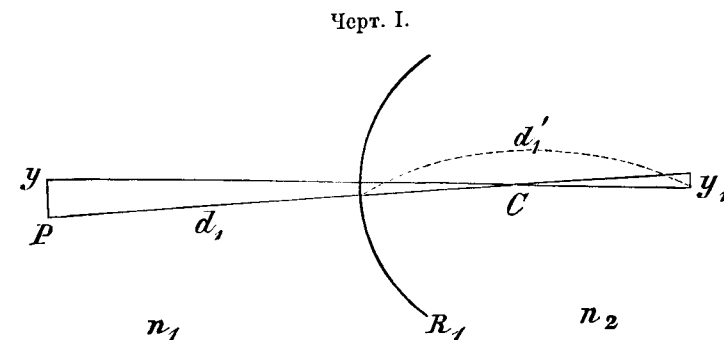
Точность этихъ измѣреній зависитъ главнымъ образомъ отъ того, насколько сама трубка съ заключенной въ ней жидкостью удовлетворяетъ условіямъ настоящей оптической чечевицы. Не подлежитъ никакому сомнѣнію, что если трубка приготовлена изъ хорошаго стекла и предварительно тщательно отшлифована, то можно получить, если только принять

соотвѣтственныя мѣры къ уменьшенію сферической и хроматической абберраціи, очень отчетливыя изображенія; но приготовленіе такой шлифованной трубки представляется дѣломъ довольно сложнымъ. На самомъ дѣлѣ оказывается, что этого совсѣмъ и не требуется; простая, широкая трубка съ постояннымъ по возможности калибромъ оказывается для данной цѣли вполне достаточной. Изображенія, противъ ожиданія, получаются настолько отчетливыми, что точное измѣреніе величины изображенія не представляетъ уже никакихъ затрудненій. Этимъ задача опредѣленія истинной критической температуры по оптическимъ измѣреніямъ значительно упрощается, такъ какъ всякій самъ легко можетъ приготовить себѣ необходимую трубку и воспользоваться ею для данной цѣли, какъ настоящей цилиндрической чечевицей.

Передъ тѣмъ, чтобы перейти къ описанію произведенныхъ мною наблюденій, разсмотримъ вкратцѣ самую теорію этого способа и какимъ именно образомъ по величинѣ изображенія можно найти величину показателя преломленія заключенной въ трубкѣ жидкости. Источникъ свѣта мы предположимъ монохроматическимъ и ограничимся во всемъ дальѣйшемъ изложеніи разсмотрѣніемъ лишь узкаго пучка центральныхъ лучей, чтобы не имѣть никакого дѣла съ сферической абберраціей.

Чтобы вывести необходимыя соотношенія, обратимся къ формуламъ элементарной оптики.

Если мы имѣемъ одну сферическую поверхность радіуса R_1 (см. черт. I), обращенную выпуклостью къ предмету, величину котораго мы обозначимъ



черезъ y , и отдѣляющую среду (гдѣ находится предметъ) съ абсолютнымъ показателемъ преломленія n_1 (въ частномъ случаѣ воздухъ) отъ другой среды, абсолютный показатель преломленія которой есть n_2 , и если далѣе мы разстоянія предмета и его изображенія отъ преломляющей поверхности обозначимъ соотвѣтственно черезъ d_1 и d_1' , а величину самого изображенія

черезъ y_1 , то всѣ эти величины должны, какъ извѣстно, удовлетворить слѣдующимъ двумъ основнымъ соотношеніямъ¹³⁾:

$$\frac{A_1}{d_1} + \frac{F_1}{d_1'} = 1 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{y_1}{y} = -\frac{A_1}{d_1 - A_1}, \dots \dots \dots (2)$$

гдѣ

$$A_1 = \frac{R_1}{\mu_1 - 1},$$

$$F_1 = \frac{\mu_1 R_1}{\mu_1 - 1}$$

и

$$\mu_1 = \frac{n_2}{n_1}.$$

Первая формула даетъ положеніе, а вторая величину изображенія, причемъ знакъ (—) показываетъ, что, когда A_1 положительно и $d_1 > A_1$, изображеніе обратное.

A_1 и F_1 суть главныя фокусныя разстоянія, а μ_1 относительный показатель преломленія второй среды по отношенію къ первой.

Представимъ себѣ теперь, что за первой поверхностью находится другая сферическая поверхность радіуса R_2 , центръ которой лежитъ на главной оси PC первой преломляющей поверхности, и пусть относительный показатель преломленія третьей среды, лежащей за второй поверхностью, по отношенію къ средѣ, заключенной между обѣими поверхностями, будетъ μ_2 , а разстояніе между центрами обѣихъ поверхностей e .

Изображеніе y_1 отъ первой поверхности служить предметомъ для второй, а потому окончательное положеніе и величина изображенія предмета y послѣ преломленія въ двухъ поверхностяхъ опредѣлится, если къ этой второй поверхности примѣнить формулы аналогичныя (1) и (2). Обозначая разстоянія «предмета» y_1 и его изображенія y_2 отъ второй поверхности соответственно черезъ d_2 и d_2' , гдѣ

$$d_2 = e - d_1', \text{ } ^{14)}$$

будемъ имѣть:

$$\frac{A_2}{d_2} + \frac{F_2}{d_2'} = 1$$

и

$$\frac{y_2}{y_1} = -\frac{A_2}{d_2 - A_2},$$

13) См. напр. Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. 4 Aufl. Bd. II, pp. 221 и 225.

14) Независимо отъ того будетъ ли $e > d_1'$ или нѣтъ.

гдѣ

$$A_2 = \frac{R_2}{\mu_2 - 1}$$

и

$$F_2 = \frac{\mu_2 R_2}{\mu_2 - 1}.$$

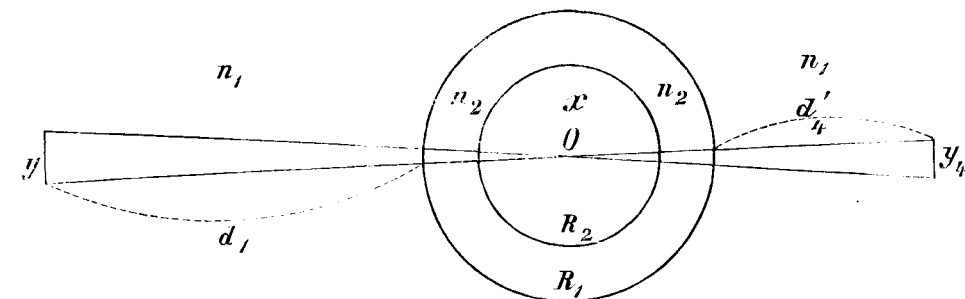
Этимъ способомъ мы найдемъ, переходя послѣдовательно отъ одной поверхности къ другой, положеніе и величину изображенія въ случаѣ любого числа сферическихъ поверхностей, центры которыхъ лежатъ на одной и той-же прямой.

Въ нашемъ случаѣ цилиндрической трубки съ заключенной въ ней жидкостью мы имѣемъ четыре концентрическія поверхности, попарно симметрично расположенныя по отношенію къ ихъ общему центру.

Обозначимъ внутренній радіусъ трубки черезъ R_2 , наружный радіусъ черезъ R_1 , неизвѣстный абсолютный показатель преломленія жидкости черезъ x , показатель преломленія стекла черезъ n_2 , а наружной среды черезъ n_1 . Наружная среда въ частномъ случаѣ есть воздухъ, но при нагреваніи это могутъ также быть и пары какой-нибудь кипящей жидкости.

Если далѣе мы величину изображенія послѣ преломленія въ четырехъ поверхностяхъ обозначимъ черезъ y_4 , а разстояніе этого изображенія отъ четвертой преломляющей поверхности черезъ d_4' , причемъ d_4' считается съ (—), когда изображеніе находится въ той-же самой средѣ, что и предметъ y ,

Черт. II.



разстояніе котораго отъ первой поверхности есть d_1 , то, для опредѣленія величины d_4' и y_4 въ функціи отъ d_1 и постоянныхъ этой сложной оптической системы, мы будемъ имѣть слѣдующую группу формулъ. (См. черт. II).

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_1}{d_1} + \frac{F_1}{d_1'} &= 1 \\ \frac{A_2}{d_2} + \frac{F_2}{d_2'} &= 1 \\ \frac{A_3}{d_3} + \frac{F_3}{d_3'} &= 1 \\ \frac{A_4}{d_4} + \frac{F_4}{d_4'} &= 1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_1}{y} &= -\frac{A_1}{d_1-A_1} \\ \frac{y_2}{y_1} &= -\frac{A_2}{d_2-A_2} \\ \frac{y_3}{y_2} &= -\frac{A_3}{d_3-A_3} \\ \frac{y_4}{y_3} &= -\frac{A_4}{d_4-A_4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

гдѣ

$$\left. \begin{aligned} d_2 &= R_1 - R_2 - d_1' \\ d_3 &= 2R_2 - d_2' \\ d_4 &= R_1 - R_2 - d_3' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

и

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{R_1}{\mu_1-1}, & F_1 &= \frac{\mu_1 R_1}{\mu_1-1}, & \mu_1 &= \frac{n_2}{n_1} \\ A_2 &= \frac{R_2}{\mu_2-1}, & F_2 &= \frac{\mu_2 R_2}{\mu_2-1}, & \mu_2 &= \frac{x}{n_2} \\ A_3 &= -\frac{R_2}{\mu_3-1}, & F_3 &= -\frac{\mu_3 R_2}{\mu_3-1}, & \mu_3 &= \frac{n_2}{x} \\ A_4 &= -\frac{R_1}{\mu_4-1}, & F_4 &= -\frac{\mu_4 R_1}{\mu_4-1}^{15)}, & \mu_4 &= \frac{n_1}{n_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

Изъ формулъ (3) и (5) можно, исключеніемъ неизвѣстныхъ d_1' , d_2 , d_2' , d_3 , d_3' , d_4 получить d_4' въ функціи отъ d_1 , т. е. найти выраженіе вида

$$f(d_1, d_4') = 0.$$

Формулы (4) даютъ, если мы искомое увеличеніе $\frac{y_4}{y}$ обозначимъ чрезъ s ,

$$s = \frac{A_1 A_2 A_3 A_4}{(d_1-A_1)(d_2-A_2)(d_3-A_3)(d_4-A_4)} \dots\dots\dots (7)$$

Замѣтимъ еще по отношенію къ формуламъ (6), что, такъ какъ

$$\mu_3 = \frac{1}{\mu_2} \quad \text{и} \quad \mu_4 = \frac{1}{\mu_1},$$

то

$$\left. \begin{aligned} A_3 &= F_2 & F_3 &= A_2 \\ A_4 &= F_1 & F_4 &= A_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

15) Знакъ (—) въ выраженіяхъ A_3 , F_3 , A_4 и F_4 показываетъ, что третья и четвертая поверхности обращены выпуклостью въ противоположную сторону.

Послѣдовательнымъ исключеніемъ промежуточныхъ разстояній d_4 , d_3' и т. д. не трудно привести неизвѣстную функцію $f(d_1, d_4') = 0$ къ слѣдующему виду:

$$2[A_1 + F_2]d_1d_4' + [2A_1(R_1 - F_2) + F_1F_2](d_1 + d_4') - 2A_1R_1(F_2 - R_1) = 0.$$

Эта формула значительно упрощается, если разстоянія d_1 и d_4' считать не отъ наружной поверхности трубки, а отъ центра нашей цилиндрической чечевицы 0.

Полагая

$$D_1 = d_1 + R_1$$

$$D_4' = d_4' + R_1$$

и подставляя эти величины въ предыдущее выраженіе, находимъ окончательно:

$$\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_4'} = \frac{1}{F}, \dots\dots\dots (A)$$

гдѣ

$$\frac{1}{F} = 2n_1 \left[\frac{1}{R_1} \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right) + \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{n_2} - \frac{1}{x} \right) \right] \dots\dots\dots (B)$$

F есть главное фокусное разстояніе данной сложной цилиндрической системы; оно въ зависимости отъ величины x можетъ быть и положительно и отрицательно.

Для опредѣленія искомага отношенія s величины изображенія къ величинѣ предмета можно воспользоваться формулой (7) и при помощи уравненій (3) и (5) исключить изъ нея d_2 , d_3 и d_4 , но можно найти s гораздо проще.

Дѣйствительно, замѣчая, что лучи, проходящіе чрезъ геометрический центръ нашей цилиндрической системы, не испытываютъ никакого преломленія, тотчасъ-же получимъ:

$$\frac{y_4}{y} = -\frac{D_4'}{D_1}$$

или окончательно, на основаніи формулы (A),

$$s = \frac{y_4}{y} = -\frac{F}{D_1 - F} \dots\dots\dots (C)$$

Формулы (A), (B) и (C) опредѣляютъ вполне какъ положеніе, такъ и величину изображенія предмета y .

Посмотримъ теперь, какъ можно воспользоваться формулами (B) и (C) для опредѣленія неизвѣстнаго показателя преломленія x заключенной въ трубкѣ жидкости.

Вводя слѣдующія обозначенія:

$$\alpha = \frac{n_1}{n_2} + \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) \cdot \frac{R_2}{R_1} \dots \dots \dots (9)$$

$$\beta = \frac{R_2}{2} \dots \dots \dots (10)$$

и

$$x' = \frac{x}{n_1}, \dots \dots \dots (11)$$

гдѣ x' слѣдовательно есть относительный показатель преломленія жидкости по отношенію къ наружной средѣ, будемъ имѣть:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\beta} \left(\alpha - \frac{1}{x'} \right)$$

и еще, на основаніи формулы (C),

$$D_1 \left(\frac{1}{x'} - \alpha \right) = \beta \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \dots \dots \dots (D)$$

Зная характеристическія постоянныя α и β данной цилиндрической системы, можно, измѣряя увеличеніе s при заданномъ разстояніи D_1 , изъ формулы (D) тотчасъ-же опредѣлить x' , а зная n_1 , будемъ знать и x .

Разстояніе D_1 можетъ быть какое угодно. Одинъ изъ важныхъ частныхъ случаевъ есть тотъ, когда параллельные штрихи нанесены на вѣншей поверхности самой трубки, т. е. когда $D_1 = R_1$.

Въ этомъ случаѣ

$$\frac{1}{x'} = \left[\alpha - \frac{1}{2} \cdot \frac{R_2}{R_1} \right] + \frac{1}{2} \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{s} \dots \dots \dots (12)$$

Измѣряя s , можно тотчасъ-же вычислить x' .

Замѣтимъ, что, при пользованіи формулой (D), изображеніе, въ зависимости отъ величинъ D_1 и x' , можетъ быть то дѣйствительное, то мнимое, но это обстоятельство не имѣетъ никакого значенія, такъ какъ формулы сохраняютъ свою полную силу и измѣренія производятся по вполнѣ аналогичной схемѣ.

Нанесеніе штриховъ на самую трубку представляетъ ту выгоду, что въ этомъ случаѣ гораздо легче правильно установить и центрировать всю систему, но при этомъ слѣдуетъ однако опасаться, что всякія неправильности въ строеніи самой трубки окажутъ болѣе сильное вліяніе.

Вмѣсто того, чтобы наносить штрихи на самую трубку, можно установить ихъ въ какомъ-нибудь другомъ, произвольномъ разстояніи D_1 отъ центра трубки, но въ этомъ случаѣ точное измѣреніе разстоянія D_1 представляетъ нѣкоторыя затрудненія. Эти затрудненія можно однако легко

обойти: стоитъ для этого только измѣрить увеличенія s и s' при *двухъ* различныхъ разстояніяхъ D_1 и D_1' и тогда мы будемъ имѣть:

$$\frac{1}{x'} = \alpha + \beta \frac{\frac{1}{s} - \frac{1}{s'}}{D_1 - D_1'}$$

или, вводя для сокращенія слѣдующее обозначеніе:

$$\frac{\frac{1}{s} - \frac{1}{s'}}{D_1 - D_1'} = r, \dots \dots \dots (13)$$

$$\frac{1}{x'} = \alpha + \beta r \dots \dots \dots (14)$$

Разность разстояній $D_1 - D_1'$, т. е. перемѣщеніе штриховъ, можетъ быть измѣрено съ большою точностью, а потому формулой (14) очень удобно пользоваться для опредѣленія неизвѣстной величины x' . При этомъ надо однако имѣть въ виду, что при этихъ наблюденіяхъ важно, чтобы установка и центровка всѣхъ частей прибора была-бы по возможности правильная, что при значительныхъ разстояніяхъ D_1 представляетъ иногда нѣкоторыя затрудненія. Дѣйствительно, измѣненіе, хотя и весьма малое, относительнаго положенія различныхъ частей аппарата вліяетъ непосредственно, какъ увидимъ дальше, на численное значеніе постоянныхъ α и β . Сохраняя однако всѣ части въ томъ же относительномъ положеніи, постоянныя α и β сохраняютъ также свое численное значеніе и могутъ, слѣдовательно, служить для опредѣленія неизвѣстнаго показателя преломленія x' .

Для провѣрки пригодности описаннаго метода опредѣленія показателя преломленія жидкостей съ точностью, достаточной для наблюденій въблизи критической точки, я воспользовался вторымъ методомъ наблюденій, т. е. формулой (14), и произвелъ рядъ измѣреній съ сѣроуглеродомъ, анилиномъ, бензоломъ, хлороформомъ, амиленомъ и водой.

Измѣруемыя жидкости были поочередно заключаемы въ простую толстѣйшую цилиндрическую трубку обыкновеннаго стекла, запаянную съ одного конца. Внутренній радіусъ трубки $R_2 = 0,7140$ см. (опредѣленный изъ взвѣшиваній со ртутью), наружный радіусъ $R_1 = 1,005$ см.; длина изъ цилиндрической части 9 см. Наружная поверхность трубки была зачерпена съ оставленіемъ неширокой продольной щели для пропуска узкаго пучка лучей съ цѣлью уменьшить вліяніе сферической аберраціи. Эта стеклянная трубка помѣщалась сама внутри другой, мѣдной трубки, имѣвшей соответствующій продольный прорѣзъ и прочно зажатой въ неподвижномъ и массивномъ штативѣ. Измѣряемымъ предметомъ служили два параллельныхъ штриха, нанесенные на тонкую пластинку изъ матоваго стекла; раз-

стояніе штриховъ въ мѣстѣ измѣренія 3,103 мм. Эта пластинка при помощи особаго зажима прикрѣплялась къ подвижной доскѣ дѣлительной машины, которая давала возможность измѣрять перемѣщеніе штриховъ ($D_1 - D_1'$) съ весьма большою точностью. По ту сторону трубки помещался катетометръ, труба котораго была замѣнена микроскопомъ съ окулярнымъ микрометромъ. Штрихи при наблюденіяхъ устанавливались въ различныхъ разстояніяхъ отъ трубки, но всегда съ такимъ расчетомъ, чтобы по ту сторону трубки получалось дѣйствительное изображеніе предмета, которое въ микроскопѣ непосредственно и вымѣрялось.

При этихъ наблюденіяхъ важно соблюсти условіе, чтобы свѣтъ былъ по возможности монохроматическій, такъ какъ въ большинствѣ случаевъ вліяніе дисперсіи, происходящей отъ неоднородности источника свѣта, превышаетъ возможную ошибку въ опредѣленіи x' по этому способу. Въ виду этого, къ подставкѣ, поддерживающей матовое стекло со штрихами, съ другой стороны была прикрѣплена другая, цвѣтная, именно красная стеклянная пластинка, пропускавшая достаточно однородный свѣтъ: приблизительно въ предѣлахъ отъ $\lambda = 0,00059$ мм. до $\lambda = 0,00071$ мм. Средній лучъ для этой пластинки соответствуетъ длинѣ волны $\lambda = 0,00065$ мм., что весьма мало отличается отъ длины волны литіеваго свѣта ($\lambda = 0,00067$ мм.), для котораго различные показатели преломленія въ послѣдствіи непосредственно и сравнивались. Въ виду сильнаго поглощенія свѣта красной пластинкой, послѣдняя освѣщалась вольтовой дугой, установленной внутри проэкціоннаго фонаря. Обыкновенная, дополнительная чечевица давала возможность сосредоточивать свѣтъ на самой стеклянной пластинкѣ.

Принимая всѣ эти предосторожности и обращая особенное вниманіе на то, чтобы установка различныхъ частей прибора была-бы по возможности правильная, получались весьма отчетливыя изображенія штриховъ, не смотря на то, что взятая трубка была изъ обыкновеннаго простаго стекла и на видъ довольно даже несовершенная.

Чтобы выяснитъ вліяніе положенія стеклянной трубки на опредѣленіе показателя преломленія жидкостей по этому способу, я произвелъ наблюденія при двухъ различныхъ положеніяхъ стеклянной трубки внутри мѣдной, которыя я соотвѣтственно назову первымъ и вторымъ. Оба положенія отличались другъ отъ друга лишь весьма малымъ поворотомъ стеклянной трубки внутри мѣдной (около $2^\circ 4'$), но это оказывало уже чувствительное вліяніе на величину y_4 . Въ виду этого чрезвычайно важно во время наблюденій сохранять всѣ части аппарата въ неизмѣнномъ относительномъ положеніи. Въ моихъ наблюденіяхъ, судя по нѣкоторымъ признакамъ, вторую установку трубки слѣдуетъ признать менѣе удачной, чѣмъ первую. Всѣ эти измѣренія производились на той-же самой высотѣ трубки.

Самый ходъ наблюденій заключался въ слѣдующемъ.

Параллельные штрихи устанавливались на какое-нибудь цѣлое дѣленіе l дѣлительной машины и измѣрялась соотвѣтствующая величина изображенія y_4 въ доляхъ оборота барабана микрометрическаго винта микроскопа. Затѣмъ штрихи устанавливались на другое цѣлое дѣленіе l' и измѣнялось соотвѣтствующее y_4' .

Для вычисленія r (см. форм. (13)) надо перемѣщеніе $l - l'$ выразить въ доляхъ сантиметра. Такъ какъ одно большое дѣленіе моей дѣлительной машины равнялось 0,6239 см., то

$$D_1 - D_1' = 0,6239 (l - l').$$

Величина предмета y , т. е. разстояніе между штрихами въ мѣстѣ измѣренія, равнялось 12,648 оборотовъ барабана. Слѣдовательно

$$r = \frac{12,648}{0,6239} \cdot \frac{\frac{1}{y_4} - \frac{1}{y_4'}}{l - l'}.$$

Такъ какъ мы въ микроскопѣ разсматриваемъ дѣйствительное изображеніе штриховъ, которое на самомъ дѣлѣ обратное, то всѣ y_4 будутъ отрицательны. Условившись однако считать измѣряемыя величины y_4 со знакомъ $(-)$, надо предъ r поставить знакъ $(-)$. Имѣя это въ виду и вводя слѣдующее обозначеніе

$$\frac{\frac{1}{y_4} - \frac{1}{y_4'}}{l - l'} = q,$$

будемъ имѣть, вмѣсто формулы (14), слѣдующее основное соотношеніе:

$$\frac{1}{x'} = \alpha - \omega q, \dots \dots \dots (15)$$

гдѣ

$$\omega = \frac{12,648}{0,6239} \beta \dots \dots \dots (16)$$

Эти измѣренія производились нѣсколько разъ отдѣльно для перваго и втораго положенія трубки и изъ этихъ чиселъ для cadaго случая бралось среднее.

Въ видѣ примѣра привожу протоколъ наблюденій для хлороформа съ вычисленными по этимъ даннымъ величинами q .

Наблюденія съ хлороформомъ.

Положение трубки.	l	y_4			Среднее y_4	q	Температура t
I {	2	3,488	3,483	3,482	3,484	} 0,02917	} 19,4 C.
	12	1,725	1,732	1,727	1,728		
II {	12	1,658	1,655	1,659	1,657	} 0,03105	
	2	3,409	3,419	3,412	3,413		
I {	2	3,448	3,443	3,453	3,448	} 0,02924	
	12	1,719	1,716	1,717	1,717		
II {	12	1,679	1,681	1,689	1,683	} 0,03045	
	2	3,454	3,448	3,453	3,452		

I-ое положеніе, средняя величина $q = 0,02921$ II-ое " " " " $q = 0,03075$

Предыдущія числа показываютъ, что увеличеніе нашей цилиндрической системы, а равно также и величины q при первомъ и второмъ положеніи трубки нѣсколько отличны. Кроме того изъ таблицы видно, что при этихъ наблюденіяхъ трубка послѣдовательно переводилась изъ перваго положенія во второе и обратно, и такъ какъ весьма трудно привести трубку точъ въ точъ въ прежнее положеніе, то между величинами q , соотвѣствующими тому-же самому положенію трубки, замѣчается небольшая разница, обусловливаемая конечно частью и ошибками самихъ наблюденій, и которая въ случаѣ воды, когда увеличеніе системы больше, какъ увидимъ дальше, еще нѣсколько значительнѣе. Эти несогласія происходятъ главнымъ образомъ отъ оптическихъ несовершенствъ системы, но они, если только сравнивать между собою величины q , которыя соотвѣствуютъ тому-же положенію трубки, не оказываютъ особенно существеннаго вліянія на опредѣленіе показателя преломленія x' . Между отдѣльными величинами y_4 , стоящими въ той-же горизонтальной строчкѣ, и которыя соотвѣствуютъ слѣдовательно строго тому-же самому положенію трубки, замѣчается очень хорошее согласіе, которое свидѣлствуетъ объ отчетливости получаемыхъ изображеній. Ошибку наведенія слѣдуетъ считать меньшей 0,01 оборота барабана микрометрическаго винта, что въ виду того, что одинъ оборотъ барабана соотвѣствуетъ 0,2453 мм., составляетъ только приблизительно $\frac{1}{400}$ мм. Для нашей цѣли опредѣленія x' вблизи критической точки эта точность, какъ увидимъ дальше, вполнѣ достаточна. Это замѣчаніе касательно точности наведенія относится въ общемъ и ко всѣмъ прочимъ наблюденіямъ съ другими жидкостями.

Въ слѣдующихъ таблицахъ приведены результаты моихъ наблюденій съ различными жидкостями, расположенными въ порядкѣ убыванія показателя преломленія x' , причемъ въ этихъ таблицахъ приведены не отдѣльныя наблюденія, а только окончательныя вычисленныя величины q , соотвѣтствующія первому и второму положенію трубки.

Сѣроуглеродъ.

q	
I	II
0,04001	0,04110
0,03952	0,04043
0,04004	0,04043
Среднее 0,03986	0,04065

 $t = 19,3$ C.

Анилинъ.

q	
I	II
0,03749	0,03910
0,03766	0,03927
Среднее 0,03758	0,03919

 $t = 20,4$ C.

Бензолъ.

q	
I	II
0,03250	0,03391
0,03255	0,03375
Среднее 0,03253	0,03383

 $t = 20,8$ C.

Хлороформъ.

q		
I	II	
0,02917	0,03105	
0,02924	0,03045	
Среднее	0,02921	0,03075

 $t = 19,4^\circ \text{ C.}$

Амилень.

q		
I	II	
0,02494	0,02667	
0,02485	0,02598	
Среднее	0,02490	0,02633

 $t = 19,4^\circ \text{ C.}$

В о д а.

q		
I	II	
0,02162	0,02268	
0,02104	0,02301	
0,02106	0,02344	
0,02120	0,02283	
0,02115	0,02140	
Среднее	0,02121	0,02267

 $t = 18,6^\circ \text{ C.}$

Для опредѣленія по этимъ даннымъ показателей преломленія x' изслѣдованныхъ жидкостей *относительно воздуха*, надо знать величины постоянныхъ α и ω въ формулѣ (15):

$$\frac{1}{x'} = \alpha - \omega q.$$

Чтобы ихъ опредѣлить, я воспользовался известными величинами x' для двухъ крайнихъ жидкостей въ предыдущихъ таблицахъ, именно для сѣроуглерода и воды, опредѣлилъ по соответствующимъ q величины α , ω , а также и β (см. форм. (16)), и на основаніи уже этихъ данныхъ вычислилъ по формулѣ (15) показателя преломленія x' промежуточныхъ жидкостей.

Чтобы испытать пригодность метода, надо знать болѣе или менѣе точныя величины показателей преломленія испытываемыхъ жидкостей относительно воздуха. Эти показатели преломленія я опредѣлилъ самостоятельно для всѣхъ перечисленныхъ жидкостей при помощи метода призмы съ наименьшимъ отклоненіемъ, для чего я воспользовался большимъ спектрометромъ Krüss'a, снабженнымъ двумя микроскопами. Всѣ необходимые показатели преломленія приведены при помощи таблицъ Landolt'a и Börnstein'a (изданіе 1894 года) къ условіямъ опыта; они соответствуютъ основной линіи литіеваго свѣта ($\lambda = 0,0006708$ мм.). Эти относительные показатели преломленія я обозначу чрезъ μ въ отличіе отъ показателей преломленія x' , опредѣленныхъ при помощи цилиндрической чечевицы.

Для сѣроуглерода имѣемъ $\mu = 1,6174$ ($t = 19,3^\circ \text{ C.}$)

» воды » $\mu = 1,3308$ ($t = 18,6^\circ \text{ C.}$)

Отсюда находимъ:

I-ое положеніе.

$\alpha = 0,90287$

$\omega = 7,140$

$\beta = 0,3522$ см.

II-ое положеніе.

$\alpha = 0,91932$

$\omega = 7,406$

$\beta = 0,3653$ см.

Мы видимъ такимъ образомъ, что постоянныя α и β нѣсколько различны въ обоихъ случаяхъ, въ зависимости именно отъ положенія цилиндрической чечевицы.

Вычисленные по этимъ постояннымъ и измѣреннымъ величинамъ q показатели преломленія x' другихъ жидкостей приведены въ слѣдующихъ двухъ таблицахъ. Послѣдній столбецъ даетъ разницу $\mu - x'$ между величинами относительныхъ показателей преломленія, опредѣленныхъ по способу призмы и при помощи цилиндрической чечевицы. Въ третьей таблицѣ приведены среднія величины x' изъ наблюденій при первомъ и второмъ положеніи трубки, а также и соответствующія разницы $\mu - x'$.

I-ое положеніе.

Жидкости.	t	q	x'	μ	$\mu - x'$
Сѣроуглеродъ.	19,3 С.	0,03986	—	1,617	—
Анилинъ	20,4	0,03758	1,576	1,578	+ 0,002
Бензолъ	20,8	0,03253	1,491	1,489	— 0,002
Хлороформъ . .	19,4	0,02921	1,440	1,442	+ 0,002
Амиленъ	19,4	0,02490	1,379	1,385	+ 0,006
Вода	18,6	0,02121	—	1,331	—

II-ое положеніе.

Жидкости.	t	q	x'	μ	$\mu - x'$
Сѣроуглеродъ.	19,3 С.	0,04065	—	1,617	—
Анилинъ	20,4	0,03919	1,590	1,578	— 0,012
Бензолъ	20,8	0,03383	1,495	1,489	— 0,006
Хлороформъ . .	19,4	0,03075	1,446	1,442	— 0,004
Амиленъ	19,4	0,02633	1,381	1,385	+ 0,004
Вода	18,6	0,02267	—	1,331	—

Среднее изъ I и II.

Жидкости.	x'	μ	$\mu - x'$
Анилинъ	1,583	1,578	— 0,005
Бензолъ	1,493	1,489	— 0,004
Хлороформъ . . .	1,443	1,442	— 0,001
Амиленъ	1,380	1,385	+ 0,005

Числа второй таблицы даютъ менѣе удовлетворительное согласіе между величинами μ и x' , что и слѣдовало впрочемъ ожидать, такъ какъ раньше уже было замѣчено, что второе положеніе трубки менѣе удачное, чѣмъ первое. Во всякомъ случаѣ, изъ приведеннаго числоваго матеріала можно вывести заключеніе, что, пользуясь трубкой изъ обыкновеннаго простаго стекла, можно, соблюдая нѣкоторыя предосторожности (правильная установка частей прибора, отчетливость изображеній), все-таки опредѣлить показатель

преломленія заключенной въ трубкѣ жидкости съ ошибкой, не превышающей въ общемъ 0,005 (см. I-ую таблицу).

Эта ошибка въ нѣкоторыхъ случаяхъ меньше возможной разницы въ показателяхъ преломленія отъ неоднородности источника свѣта, какъ это и видно изъ слѣдующихъ данныхъ для различныхъ жидкостей.

$$\text{Сѣроуглеродъ} \quad \mu_D - \mu_C = 0,009$$

$$\text{Анилинъ} \quad \mu_D - \mu_A = 0,013$$

$$\text{Бензолъ} \quad \begin{cases} \mu_D - \mu_C = 0,005 \\ \mu_D - \mu_B = 0,006 \end{cases}$$

$$\text{Хлороформъ} \quad \begin{cases} \mu_D - \mu_C = 0,003 \\ \mu_F - \mu_D = 0,006 \end{cases}$$

$$\text{Вода} \quad \begin{cases} \mu_D - \mu_{Li} = 0,002 \\ \mu_{Ti} - \mu_{Li} = 0,004 \end{cases}$$

Сравнимъ теперь между собою величины α и β , которыя получаются изъ оптическихъ измѣреній, съ тѣми величинами, которыя получаются непосредственно изъ размѣровъ самой трубки.

Мы видѣли раньше (см. форм. (9) и (10)), что

$$\alpha = \frac{n_1}{n_2} + \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

и

$$\beta = \frac{R_2}{2}.$$

Въ нашемъ случаѣ мы имѣемъ

$$R_2 = 0,7140 \text{ см.}$$

$$R_1 = 1,005 \text{ см.}$$

n_1 есть извѣстный показатель преломленія воздуха равный 1,00029.

Чтобы вычислить α надо знать еще n_2 , т. е. показатель преломленія того стекла, изъ котораго сдѣлана трубка. Чтобы опредѣлить эту величину, я взялъ кусокъ стекла, изъ котораго была приготовлена цилиндрическая чечевица, отдалъ отшлифовать ее въ видѣ плоской пластинки и, пользуясь приборомъ Кольрауша (жидкость сѣроуглеродъ), опредѣлилъ по способу полного внутренняго отраженія показатель преломленія для натроваго свѣта. Приводя затѣмъ этотъ результатъ при помощи таблицъ Landolt'a и Böhrn-

stein'a къ длинѣ волны литіеваго свѣта, получилъ окончательно для даннаго стекла

$$n_2 = 1,5190.$$

Отсюда находимъ:

$$\alpha = 0,9011$$

и

$$\beta = 0,3570.$$

Оптическія измѣренія, какъ мы видѣли, даютъ:

I-ое положеніе.

$$\alpha = 0,9029$$

$$\beta = 0,3520$$

II-ое положеніе.

$$\alpha = 0,9193$$

$$\beta = 0,3653$$

Согласіе между величинами α и β для I-го положенія трубки, какъ видно, очень удовлетворительное; для втораго положенія, опредѣленные изъ оптическихъ наблюденій величины α и β превышаютъ нѣсколько соотвѣтственные величины, полученные изъ измѣреній самой трубки. Во всякомъ случаѣ, въ виду существующихъ недостатковъ самой стеклянной трубки, лучшаго согласія трудно было бы и ожидать.

Опредѣленіе постоянныхъ α и β изъ оптическихъ измѣреній представляетъ собою нѣкоторыя неудобства. Дѣйствительно, для этого требуется произвести наблюденія съ двумя жидкостями; да кромѣ того, если даже пользоваться сѣроуглеродомъ и водой, разница между показателями преломленія этихъ жидкостей всетаки настолько мала, что точность вычисленныхъ по этимъ даннымъ величинъ α и β никогда не можетъ быть очень велика. Въ виду этого представляется болѣе цѣлесообразнымъ производить опредѣленіе величинъ постоянныхъ α и β нѣсколько инымъ образомъ.

β есть величина, которая имѣетъ очень простое физическое толкованіе; это есть половина внутренняго радіуса трубки. Эту величину можно взвѣшиваніемъ со ртутью опредѣлить съ весьма большою точностью, поэтому представляется наиболѣе цѣлесообразнымъ пользоваться въ формулѣ (14) тѣмъ именно значеніемъ β , которое получается изъ непосредственныхъ измѣреній діаметра трубки.

Что-же касается α , то здѣсь дѣло обстоитъ иначе. На величину опредѣляемаго показателя преломленія жидкости x' главное вліяніе имѣетъ α , поэтому надо особенно прилагать усилія къ тому, чтобы знать эту постоянную по возможности точно и по возможности въ соотвѣтствіи съ даннымъ положеніемъ трубки. Измѣреніемъ довольно хлопотливо и затруднительно опредѣлять величину α , главнымъ образомъ потому, что въ выраженіе α входитъ показатель преломленія вещества трубки; поэтому гораздо практич-

нѣе и удобнѣе, въ виду большаго вліянія α на искомую величину x' , опредѣлять α непосредственно изъ оптическихъ измѣреній съ данной трубкой при одной какой-нибудь жидкости и при данномъ положеніи цилиндрической системы. Если мы имѣемъ въ виду производить наблюденія вблизи критической точки, то для опредѣленія α можетъ служить та же самая испытываемая жидкость при низкой температурѣ.

Этотъ способъ вычисленій, т. е. опредѣленіе β изъ непосредственныхъ, а α изъ оптическихъ измѣреній наиболѣе просто и удобно и даетъ, какъ увидимъ дальше, весьма удовлетворительные результаты. Точность во всякомъ случаѣ не меньше, а скорѣе больше, чѣмъ если-бы α и β опредѣлялись оба изъ оптическихъ измѣреній съ двумя жидкостями.

Въ подтвержденіе сказаннаго, въ слѣдующихъ таблицахъ приведены результаты вычисленій по этому способу.

β въ обоихъ случаяхъ приравнено непосредственно измѣренной величинѣ 0,3570, что по формулѣ (16) даетъ $\omega = 7,2374$.

Величину α я опредѣлялъ для каждаго положенія трубки отдѣльно, для чего я воспользовался наблюденіями съ водой, такъ какъ эти числа, въ виду большаго числа наблюденій произведенныхъ съ водой, представлялись мнѣ наиболѣе надежными.

Производя эти вычисленія, находимъ:

I-ое положеніе.

$$\alpha = 0,9049$$

II-ое положеніе.

$$\alpha = 0,9155$$

Третья изъ приведенныхъ далѣе таблицъ даетъ среднія величины x' изъ наблюденій при первомъ и второмъ положеніи трубки. Различныя μ суть величины показателей преломленія различныхъ жидкостей, опредѣленные по методу призмы.

I-ое положеніе.

Жидкости.	t	q	x'	μ	$\mu - x'$
Сѣроуглеродъ.	19,3 С.	0,03986	1,622	1,617	— 0,005
Анилинъ	20,4	0,03758	1,580	1,578	— 0,002
Бензолъ	20,8	0,03253	1,494	1,489	— 0,005
Хлороформъ . .	19,4	0,02921	1,442	1,442	0
Амиленъ	19,4	0,02490	1,380	1,385	+ 0,005
Вода	18,6	0,02121	—	1,331	—

II-ое положеніе.

Жидкости.	t	q	x'	μ	$\mu - x'$
Сѣроуглеродъ.	19,3 С.	0,04065	1,610	1,617	+ 0,007
Анилинъ	20,4	0,03919	1,583	1,578	— 0,005
Бензолъ	20,8	0,03383	1,491	1,489	— 0,002
Хлороформъ . .	19,4	0,03075	1,443	1,442	— 0,001
Амиленъ	19,4	0,02633	1,379	1,385	+ 0,006
Вода	18,6	0,02267	—	1,331	—

Среднее изъ I и II.

Жидкости.	x'	μ	$\mu - x'$
Сѣроуглеродъ . .	1,616	1,617	+ 0,001
Анилинъ	1,582	1,578	— 0,004
Бензолъ	1,493	1,489	— 0,004
Хлороформъ . . .	1,443	1,442	— 0,001
Амиленъ	1,380	1,385	+ 0,005

Мы видимъ такимъ образомъ, что, соблюдая необходимыя предосторожности и пользуясь болѣе простымъ способомъ опредѣленія постоянныхъ α и β , можно, имѣя въ своемъ распоряженіи цилиндрическую трубку изъ обыкновеннаго простаго стекла, опредѣлять показатели преломленія жидкостей съ ошибкой, непревышающей въ среднемъ въ абсолютной величинѣ 0,005. Около критической точки такое измѣненіе въ x' соответствуетъ сравнительно весьма малому измѣненію въ температурѣ жидкости (см. дальше).

Но въ примѣненіи къ опредѣленію критической температуры нашъ методъ становится уже дифференціальнымъ и онъ вслѣдствіе этого обладаетъ еще болѣею чувствительностью. Дѣйствительно, наша задача сводится къ сравненію разстоянія между штрихами въ двухъ сосѣднихъ мѣстахъ трубки, соответствующихъ жидкости и ея насыщенному пару; слѣдовательно, точность въ опредѣленіи момента наступленія критической температуры зависитъ непосредственно отъ точности наведенія нитей микроскопа на изображеніе штриховъ при опредѣленіи y_4 . Мы уже раньше видѣли, что ошибка наведенія при моихъ наблюденіяхъ въ среднемъ около 0,01 оборота барабана.

Мы положимъ слѣдовательно

$$\delta y_4 = 0,01.$$

Опредѣлимъ теперь, какое вліяніе имѣетъ такая ошибка въ y_4 на величину x' . Это вліяніе зависитъ конечно, какъ отъ абсолютной величины x' , такъ и отъ величины D_1 .

Разсмотримъ здѣсь нѣсколько случаевъ.

Изъ формулы (C) находимъ:

$$y \cdot \delta \frac{1}{y_4} = -D_1 \cdot \delta \frac{1}{F};$$

но

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\beta} \left(\alpha - \frac{1}{x'} \right),$$

слѣдовательно

$$\frac{y}{y_4^2} \cdot \delta y_4 = \frac{D_1}{\beta} \cdot \frac{\delta x'}{x'^2}.$$

Съ другой стороны имѣемъ

$$\left(\frac{y}{y_4} \right)^2 = \left(\frac{D_1}{F} - 1 \right)^2;$$

откуда находимъ окончательно:

$$\delta x' = \frac{x'^2 \beta}{y} \cdot \frac{\left(\frac{D_1}{F} - 1 \right)^2}{D_1} \cdot \delta y_4 \dots \dots \dots (17)$$

Въ эту формулу входитъ фокусное разстояніе системы F . Опредѣлимъ его для I-го положенія нашей трубки, кладя въ основаніе вычисленій слѣдующія величины постоянныхъ α и β (см. стр. 151):

$$\alpha = 0,9049$$

$$\beta = 0,3570.$$

Замѣтимъ здѣсь еще, что, при нѣкоторомъ $x' = \frac{1}{\alpha}$, $F = \infty$; при меньшихъ-же x' наша система изъ собирающей дѣлается разсѣивающей, но это обстоятельство не имѣетъ для наблюденій никакого существеннаго значенія, такъ какъ въ случаѣ разсѣивающей чечевицы, вмѣсто дѣйствительнаго изображенія штриховъ, слѣдуетъ разсматривать лишь только мнимое.

Различныя фокусныя разстоянія приведены въ слѣдующей таблицѣ; x' означаетъ относительный показатель преломленія заключенной въ трубкѣ жидкости по отношенію къ воздуху.

Жидкости.	x'	F
Сѣроуглеродъ. .	1,6174	1,246 см.
Вода	1,3308	2,326
Эфиръ при t_k ¹⁶⁾	1,1137	51,000
* ($x' = \frac{1}{\alpha}$) . . .	1,1051	∞
Воздухъ	1,0000	— 3,754

 $R_1 = 1,005$ см.

Формула (17) показываетъ, что, чѣмъ ближе D_1 къ F , тѣмъ меньше ошибка въ x' . Нельзя однако помѣщать штрихи слишкомъ близко къ главному фокусу, иначе изображеніе y_4 становится слишкомъ большимъ. Не говоря уже о томъ, что такія большія изображенія нельзя разсматривать въ микроскопъ, замѣтимъ еще, что при большихъ изображеніяхъ y_4 сама ошибка наведенія будетъ больше, чѣмъ 0,01.

Для примѣра приведемъ слѣдующія данныя для воды ($\delta y_4 = 0,01$).

D_1	$\frac{y_4}{y}$	y_4	$\delta x'$
15 см.	0,184	2,31	0,0010
10	0,303	3,81	0,00056
5	0,869	10,9	0,00013
3	3,45	43,5	0,000014

Мы видимъ такимъ образомъ, что ошибка въ оцѣнкѣ x' очень незначительная ¹⁷⁾. Для жидкостей вблизи критической точки, т. е. при меньшихъ величинахъ x' , но при тѣхъ-же значеніяхъ отношенія $\frac{(D_1 - 1)^2}{D_1}$, ошибка въ x' будетъ еще меньше.

Вычислимъ еще ошибку въ x' , когда штрихи нанесены на самую трубку, т. е. когда $D_1 = R_1$. Для всѣхъ разсмотрѣнныхъ здѣсь случаевъ F въ абсолютной своей величинѣ больше R_1 ¹⁸⁾, поэтому изображеніе всегда будетъ мнимое и прямое. Но въ этомъ случаѣ нельзя оставить разстояніе между штрихами $y = 12,648$ столь значительнымъ, такъ какъ увеличеніе

16) Показатель преломленія эфира при критической температурѣ вычисленъ по формулѣ Лоренца (см. дальше).

17) При $D_1 = 3$, $\delta x'$ не можетъ быть на самомъ дѣлѣ столь малымъ, такъ какъ, при такомъ большомъ $y_4 = 43,5$, ошибка наведенія δy_4 будетъ уже больше, чѣмъ 0,01.

18) Только для $x' = 1,8311$ — F сдѣлается равнымъ R_1 .

системы слишкомъ большое. Положимъ для примѣра $y = 4$, $\delta y_4 = 0,01$ и вычислимъ ошибку $\delta x'$, когда $D_1 = R_1$.

Мы получимъ, производя вычисленія, слѣдующую таблицу чиселъ. Третій столбецъ дастъ увеличеніе, четвертый положеніе изображенія, а пятый искомую ошибку $\delta x'$.

Жидкости.	x'	$\frac{y_4}{y}$	D_4	$\delta x'$
Сѣроуглеродъ. .	1,6174	5,17	—5,194 см.	0,000085
Вода.	1,3308	1,76	—1,769	0,00051
Эфиръ при t_k . .	1,1137	1,02	—1,025	0,00106
Воздухъ	1,0000	0,789	—0,793	0,00143

 $D_1 = R_1 = 1,005$ см.

Для $x' = 1,1051$ $F = \infty$ и $\frac{y_4}{y} = 1$.

Мы видимъ такимъ образомъ, что ошибку, которую можно сдѣлать при сравненіи показателей преломленія жидкости и ея насыщеннаго пара вблизи критической точки, можно въ общемъ считать не превышающей 0,001.

Разсмотримъ теперь, какое вліяніе такая ошибка въ x' можетъ имѣть на плотность, а слѣдовательно и на температуру, какъ жидкости, такъ и ея насыщеннаго пара, и возьмемъ для этого сравненія двѣ жидкости весьма отличающіяся по своимъ свойствамъ, именно углекислоту и эфиръ.

Начнемъ съ углекислоты.

При температурѣ 0° С. и давленіи 760 мм. удѣльный вѣсъ углекислоты, т. е. вѣсъ одного кубическаго сантиметра углекислоты $d = 0,001965$ гр.; абсолютный-же показатель преломленія углекислоты (средній; пренебрегаемъ дисперсіей) $n = 1,00045$. По этимъ даннымъ вычисляемъ постоянную C въ формулѣ Лоренца

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{d} = C \dots \dots \dots (18)$$

Мы имѣемъ $C = 0,153$.

Основываясь на числахъ, данныхъ Clausius'омъ для характеристическихъ постоянныхъ въ его первомъ уравненіи состоянія, имѣемъ для критической точки углекислоты:

$$t_k = 31,0^\circ \text{С.}$$

и

$$V_k = 0,004483$$

(если объемъ при 0° С. и при давленіи одной атмосферы принять за единицу)¹⁹⁾.

Отсюда слѣдуетъ, что

$$d_k = 0,438 \text{ гр. }^{20)}.$$

По формулѣ Лоренца находимъ далѣе для критической температуры

$$n_k = 1,102.$$

Дифференцируя формулу (18), имѣемъ:

$$\delta d = \frac{6n}{(n^2 + 2)^2} \cdot \frac{1}{C} \cdot \delta n.$$

Полагая $\delta n = \delta x'$, находимъ отсюда окончательно для критической температуры

$$\delta d < 4,2 \delta x'.$$

$$\text{Если } \delta x' = 0,001 \quad \delta d < 0,0042$$

$$\text{» } \delta x' = 0,005 \quad \delta d < 0,021.$$

Посмотримъ теперь, какъ такая ошибка въ удѣльномъ вѣсѣ отразится на температурѣ какъ жидкости, такъ и ея насыщеннаго пара.

Обозначивъ чрезъ d удѣльный вѣсъ жидкости, а чрезъ d' удѣльный вѣсъ насыщеннаго пара, будемъ имѣть:²¹⁾

t	d	δd на 1° С.	d'	$\delta d'$ на 1° С.	$d - d'$
20° С.	0,774		0,200		0,574
25	0,677	0,019	0,253	0,011	0,424
30	0,529	0,030	0,356	0,021	0,173
31	0,438	0,091	0,438	0,082	0

Числа предыдущей таблицы показываютъ намъ, что, приблизительно, отъ 23° С. для жидкости и отъ 27° С. для ея насыщеннаго пара, ошибка даже въ 0,005 въ величинѣ x' соответствуетъ перемѣнѣ въ температурѣ,

19) См. Столѣтовъ. Труды отдѣленія физическихъ наукъ общества любителей естествознанія. Т. V, вып. 1, стр. 2. Москва (1892).

20) По Sarrau $d_k = 0,44$, по Cailletet и Mathias — 0,46. Andrews даетъ $d_k = 0,30$, Dewar 0,65. Общее среднее этихъ четырехъ чиселъ около 0,46 (см. таблицы Landolt'a и Börnstein'a, изданіе 1894 г.).

21) См. Столѣтовъ. Л. с. стр. 4. Вычислено по σ и κ .

Физ.-Мат. стр. 108.

которая меньше, чѣмъ 1° С. Чѣмъ ближе къ критической точкѣ, тѣмъ меньше вліяетъ ошибка въ x' на соответствующую величину t . Для опредѣленія точности нахождения по оптическимъ измѣреніямъ самой критической температуры, надо сопоставить разность $d - d'$ съ величиной ошибки въ d , когда $\delta x' = 0,001$. Взявъ разность $d - d'$, которая соответствуетъ 30°, и имѣя въ виду, что критическая температура углекислоты равна 31,0° С., найдемъ тотчасъ-же:

$$\delta t_k = \frac{0,0042}{0,173} = 0,024 \text{ С.}$$

Въ виду того, что съ приближеніемъ къ самой критической точкѣ разность $d - d'$ мѣняется съ температурой чрезвычайно быстро, ошибка въ t_k будетъ на самомъ дѣлѣ еще меньше.

Эта точность во всякомъ случаѣ болѣе, чѣмъ достаточна.

Обратимся теперь къ эйру.

Для длины волны, соответствующей спектральной линіи C ($\lambda = 0,0006563$ мм.), мы имѣемъ²²⁾:

$$n = 1,3511 \text{ при } 20^\circ \text{ С.}$$

$$d_{20} = 0,7157.$$

Отсюда находимъ для постоянной формулы Лоренца

$$C = 0,3015.$$

Ramsay и Young даютъ²³⁾ для критическихъ элементовъ эйра

$$t_k = 194^\circ \text{ С.}$$

и

$$d_k = 0,246 \text{ гр.}$$

По формулѣ Лоренца находимъ отсюда

$$n_k = 1,1137.$$

Полагая опять $\delta n = \delta x'$, имѣемъ въ сосѣдствѣ съ критической точкой

$$\delta d = 2,11 \delta x'.$$

$$\text{Если } \delta x' = 0,001 \quad \delta d = 0,0021$$

$$\text{» } \delta x' = 0,005 \quad \delta d = 0,011$$

22) См. таблицы Landolt'a и Börnstein'a. Изданіе 1894 г.

Замѣтимъ, что для этихъ вычисленій съ эйромъ можно безразлично пользоваться или абсолютнымъ, или относительнымъ показателемъ преломленія (по отношенію къ воздуху).

23) Philosophical Transactions. Vol. 178 (A) p. 91 (1887).

Чтобы узнать вліяніе такой ошибки въ d на соотвѣтствующія температуры жидкости и ея насыщеннаго пара, обратимся опять къ числамъ Ramsay и Young'a²⁴⁾.

Мы имѣемъ:

t	d	δd на 1°C.	d'	$\delta d'$ на 1°C.	$d-d'$
185° C.	0,4018		0,1320		0,2698
190	0,3663	0,0071	0,1620	0,0060	0,2043
192	0,3448	0,0108	0,1826	0,0103	0,1622
193	0,3300	0,0148	0,2012	0,0186	0,1288

Мы видимъ изъ этой таблицы, что, приблизительно, около 191°C. , какъ для жидкости, такъ и для ея насыщеннаго пара, ошибка въ 0,005 въ величинѣ x' соотвѣтствуетъ 1°C. ; чѣмъ ближе къ критической точкѣ, тѣмъ меньше вліяніе ошибки въ x' .

Точность нахождения самой критической температуры дифференціальнымъ методомъ опредѣлится слѣдующимъ образомъ.

Для этого случая мы должны, какъ извѣстно, положить $\delta x' = 0,001$.

При 193°C. $d-d' = 0,1288$. Отсюда слѣдуетъ, такъ какъ $t_k = 194^\circ \text{C.}$, что

$$\delta t_k = \frac{0,0021}{0,1288} = 0,016^\circ \text{C.}$$

Въ виду болѣе быстрого измѣненія d и d' съ приближеніемъ къ самой критической точкѣ, ошибка въ t_k будетъ на самомъ дѣлѣ еще меньше.

Мы видимъ такимъ образомъ, что, располагая даже совершенно простой трубкой, можно, пользуясь описаннымъ здѣсь оптическимъ методомъ, опредѣлять критическую температуру жидкостей съ весьма большою точностью. Ошибка въ опредѣляемой критической температурѣ не должна превышать $0,02^\circ \text{C.}$

Для болѣе полной оцѣнки описаннаго здѣсь метода опредѣленія критической температуры, надо рассмотреть еще слѣдующій вопросъ.

Мы до сихъ поръ ограничивались опредѣленіемъ разстоянія между штрихами въ одномъ опредѣленномъ мѣстѣ трубки. Спрашивается теперь, получается ли удовлетворительное согласіе между различными величинами

24) Л. с. р. 85 и 86.

Физ.-Мат. стр. 110.

x' , опредѣленными на различныхъ высотахъ трубки, иначе говоря, сохраняютъ ли постоянныя α и β свое численное значеніе вдоль всей длины трубки или онѣ претерпѣваютъ значительныя измѣненія.

Чтобы рѣшить этотъ вопросъ, я измѣрилъ, когда трубка была заполнена сѣроуглеродомъ, величины q (приблизительно при первомъ положеніи трубки) на трехъ различныхъ высотахъ трубки, подымая и опуская для этого на катетометрѣ микроскопъ.

Замѣняя въ формулѣ (15) ω ея величиной изъ (16) и замѣчая, что число 12,648 представляетъ собою величину предмета, т. е. разстояніе между штрихами y , находимъ:

$$\frac{1}{x'} = \alpha - \frac{\beta}{0,6239} \cdot yq \dots \dots \dots (19)$$

Въ виду того, что трудно начертить штрихи строго параллельными, y нѣсколько измѣняется съ высотой и для каждой высоты слѣдуетъ, поэтому, опредѣлять y отдѣльно. Если α и β сохраняютъ свое численное значеніе на различныхъ высотахъ трубки, то произведеніе yq должно оставаться постояннымъ.

Въ слѣдующей таблицѣ приведены именно эти произведенія yq на трехъ различныхъ высотахъ h , гдѣ h представляетъ собою въ миллиметрахъ соотвѣтствующій отсчетъ на катетометрѣ.

h	y	q	yq
215,0 мм.	12,265	0,04066	0,4987
242,5	12,648	0,04000	0,5059
255,0	12,700	0,03961	0,5030

Мы видимъ изъ предыдущей таблицы, что большему y соотвѣтствуетъ меньшее q , но произведеніе yq не остается строго постояннымъ, что обусловливается главнымъ образомъ, какъ недостатками цилиндрической трубки, такъ и несовершенствомъ самой установки.

Положимъ наибольшую ошибку въ произведеніи yq равную 0,007.

$$\delta(yq) = 0,007.$$

Дифференцируя формулу (19), находимъ:

$$\delta x' = \frac{\beta}{0,6239} \cdot x'^2 \cdot \delta(yq).$$

Полагая x' равнымъ показателю преломленія ээира вблизи критической точки, т. е. $x' = 1,1137$ и $\beta = 0,3570$, находимъ

$$\delta x' = 0,005.$$

Это есть какъ разъ ошибка абсолютныхъ измѣреній въ описанномъ методѣ.

При пользованіи цилиндрической трубкой для дифференціальныхъ измѣреній возможная ошибка въ x' будетъ конечно значительно меньше. Дѣло въ томъ, что въ этомъ случаѣ мы сравниваемъ между собою показатели преломленія въ двухъ сосѣднихъ, весьма близкихъ мѣстахъ трубки по обѣ стороны границы раздѣла между жидкостью и паромъ, и тогда точность результатовъ обуславливается почти исключительно только точностью наведенія нитей микроскопа на штрихи, каковая точность при опредѣленіи критической температуры, какъ мы видѣли раньше, болѣе чѣмъ достаточна. При желаніи не трудно конечно опредѣлить соотвѣтствующія величины α и β въ различныхъ мѣстахъ трубки.

Если мы желаемъ воспользоваться описаннымъ методомъ для опредѣленія самихъ показателей преломленія вблизи критической точки, то надо имѣть еще въ виду, что α и β нѣсколько мѣняются съ температурой. β , равное $\frac{R_2}{2}$, зависитъ непосредственно отъ коэффициента расширенія стекла; α отъ этой величины прямо не зависитъ, потому что въ выраженіе α входитъ лишь отношеніе $\frac{R_2}{R_1}$ (см. форм. (9)), но за то показатель преломленія стекла n_2 измѣняется нѣсколько съ температурой. Для большей точности можно конечно принять во вниманіе и вліяніе давленія внутри трубки. Но на всѣхъ этихъ детальныхъ вопросахъ, равно какъ и на вліяніи внѣшней среды (въ томъ случаѣ, когда трубка нагрѣвается въ парахъ какой-нибудь жидкости или погружена сама въ жидкость), я останавливаться здѣсь не буду. Что касается выбора самой трубки, то онъ въ значительной мѣрѣ обуславливается тѣмъ давленіемъ, которому данная трубка при нагрѣваніи должна быть подвержена.

Мы видѣли, что критериумомъ наступленія критической температуры служить, отвлекаясь отъ разныхъ несовершенствъ трубки и пр., равенство разстояній между штрихами въ жидкости и въ ея насыщенномъ парѣ, что, какъ мы уже знаемъ, можно уловить съ весьма большою точностью. Здѣсь слѣдуетъ однако замѣтить, что при самой критической температурѣ, въ виду большой сжимаемости вещества, плотности могутъ быть и не вездѣ одинаковы, а отъ вліянія силы тяжести нѣсколько возрастать книзу, явленіе, на

которое впервые обратилъ вниманіе Foucault²⁵). Но это явленіе имѣетъ однако при подходящемъ расположеніи опыта лишь второстепенное значеніе при опредѣленіи критической температуры.

Описанный здѣсь методъ опредѣленія показателей преломленія, не говоря о болѣе простотѣ, имѣетъ то преимущество предъ методомъ Terquem'a и Traupin'a, что здѣсь въ самую трубку не вводится никакая посторонняя стеклянная пластинка, что даетъ возможность съ удобствомъ помѣстить внутри трубки электромагнитную мѣшалку. Подъ этимъ надо подразумѣвать кусокъ мягкаго желѣза, впаеннаго въ стекло; при помощи наружной катушки, чрезъ которую проходитъ токъ, можно эту мѣшалку поднимать и опускать внутри трубки, чѣмъ достигается весьма хорошее перемѣшиваніе отдѣльныхъ слоевъ жидкости и пара.

Въ заключеніе замѣтимъ еще, что описанный здѣсь методъ наблюденій не можетъ, конечно, при низкихъ температурахъ соперничать въ отношеніи точности даваемыхъ результатовъ съ нѣкоторыми другими оптическими методами опредѣленія показателей преломленія жидкостей, но, въ примѣненіи къ наблюденіямъ вблизи критической точки, онъ имѣетъ предъ другими методами преимущества болѣе простоты и удобоисполнимости, причемъ и точность результатовъ въ большинствѣ случаевъ совершенно достаточная. Какъ методъ дифференціальныи онъ даетъ возможность скоро и просто опредѣлять по оптическимъ признакамъ моментъ наступленія критической температуры, причемъ ошибка въ оцѣнкѣ этой послѣдней не должна превышать $0,02^\circ \text{C}$. Эта точность предполагаетъ конечно, что температура во всѣхъ частяхъ испытуемой трубки вездѣ одинакова; для этого, какъ извѣстно, при нагрѣваніи удобнѣе всего пользоваться парами химически чистыхъ жидкостей, кипящихъ подъ разными давленіями.

25) С. R. 115 p. 720 (1892).

